日本福祉大学経済論集　第 39 号　2009 年 9 月

住宅補助政策の効率性測定に関する考察

山上俊彦*

要　旨

先進諸国において，現物補助は貧困世帯支援の重要政策であると位置づけられている．現在の日本においても貧困問題が議論されるようになっており，所得移転を伴う公的扶助政策が関心を集めている．しかしながら，公的扶助の主要手段である現物補助は現金補助と比較して効率性が低いという難点が指摘されている．本論では，住宅補助政策を取り上げて，政策評価手法について議論する．評価の前提となる借家人の厚生水準増分の推計のために，効用関数を特定化する手法，ヘドニック・アプローチを包摂する手法，観察される需要関数を用いて最適化の過程を後方に辿る手法が開発されている．本論ではこれらの手法を概観するとともに比較検討を行うことで今後の政策評価のあり方を展望する．

キーワード：現物移転，現金補助，家賃補助，効率性，外部性，E.V.，C.V.，C.S.，効用関数，需要関数，支出関数，ヘドニック・アプローチ，双対分析，可積分条件

1　はじめに

貧困問題は所得格差問題とともに先進諸国において深刻な問題であり，現在も様々な対策が実施されているところである．政府から貧困層への所得移転には 2 つの型がある．ひとつは現物補助（transfers in kind）であり，もうひとつは現金補助（cash grants）である．現物補助は先進諸国において，低所得層への政府からの主要な支援であるとされており，所得再分配機能を担ってきたところである．

米国を例にとると，現物補助としては食料券支給（FoodStamp Program），医療補助（Medicaid）等があるが，住宅補助は予算規模も大きく主要な政策である．米国の住宅補助政策は[1]，中所得層に対しては税額控除等を通して実施され，低所得層に対しては U. S. Housing Act of 1937 以降，Public Housing に見られるように，建設補助と市場家賃以下での賃貸からなる建

＊　日本福祉大学経済学部
1　米国の住宅補助政策については，Olsen（2000, pp. 2〜5）及び Olsen（2001, pp. 4〜9）を参照した．

設を通した補助（project-based Assistance）が実施されてきた．1965 年の Section23 を機に借家人に家賃を補助する借家人を通した補助（tenant-based Assistance）が導入されることとなり，1974 年以降，Certificate program や Section 8 Voucher Program が実施されるようになった．

日本の住宅補助政策に関しては，住宅融資や住宅建設補助を通して中所得層への住宅対策が実施されるとともに，地方公共団体による公営住宅の建設と賃貸を通した低所得層への支援が実施されてきたところである[2]．従って，日本の住宅政策は基本的に project-based Assistance であると言える．しかしながら，低所得者向け住居の数は限定されているのが実情である[3]．平山（2009, pp. 32〜33）は，日本の住宅政策は，中間層の持家取得促進を目的としており，低所得者向けの住宅供給は残余的な施策であったこと，民間貸家供給の促進と入居者への補助政策は存在しないことを指摘している[4]．

日本では，格差問題に加えてワーキング・プア層の拡大に代表されるように貧困層問題が近年，焦点を当てられるようになってきた．今後，低所得層に対する住宅政策については本格的に議論されなければならないところである．

現物補助は，特定の財の購入に限定して支給されるため，パレート最適を達成できない．従って，現金補助と比較して受益者（recipients）に与える便益が少なく，非効率的であるというのが経済学における通説となっている[5]．

但し，このことは低所得層に対しての補助政策を必ずしも否定するものではない．その根拠は政策の外部性の存在である．これは，特定の財についての遺贈者（donors）の相互依存的選好（interdependent preference）に基づくものであり，受益者が特定の財を消費することを通して遺贈者自身の効用水準も上昇することを意味している．このとき，遺贈者の効用増加が十分に大きいものであれば，現物補助は正当化され，パレート最適が達成されるというものである[6]．また，現物補助を行なうと，移転所得を真に必要とされる特定の財の購入に限定できることも支給の根拠となりうる[7]．

現物補助は，受益者に社会的厚生の改善をもたらす一方で，課税により遺贈者には費用を負担させることから，政策の効率性を評価することは非常に重大な問題である．貧困対策においても効率性が求められることは言うまでもなく，政策評価を厳密に行うことが今後の政策立案においても重要である．

2　公営住宅法第 1 条では，公営住宅は「健康で文化的な生活を営むに足りる住宅を整備し，これを住宅に困窮する低額所得者に対して低廉な家賃で賃貸し，又は転貸することにより，国民生活の安定と社会福祉の増進に寄与することを目的」としている．

3　Moriizumu (1993. p. 38)

4　平山（2009, p. 21）の推計では，2003 年時点で住宅ストックに占める公営貸家の比率は 4.7%である．

5　Arron and von Furstenburg (1971, p. 184)

6　Arron and von Furstenburg (1971, p. 184) 参照．

7　Rosen (1985, pp. 379〜380)

住宅補助政策の効率性を判断するための手法と研究成果についての概観は，Kong（1977），Lee and Kong（1982），Clemmer（1984），Rosen（1985），Hammond（1987）等において行われてきたところである．そこから得られた問題点は 2 つある．一つは，厚生水準上昇効果の推計におけるバイアスの発生である．もう一つは，外部性の評価手法が確立されていないことである．

本論では，その後の議論も視野に入れて住宅補助政策の効率性評価手法について概観するとともに，今後の方向について検討する．2 で住宅補助の効率性についての標準的議論を紹介する．3 で便益概念の理論的基礎について議論する．4～6 では，住宅補助政策の効率性を判断するための便益推計手法を概観するとともに，利点と問題点を指摘する．7 ではここまでの議論をもとに推計手法の改良について述べる．

2　現物補助の効率性に関する議論

ここでは，現物補助政策の効率性についての標準的な議論に基づき，家賃補助による住宅補助政策の効率性について，図 1 を用いて紹介する．

住宅サービス h とその他の財 x の 2 財を想定する．h は同質の財[8]，x はヒックスの合成財であるとし，それぞれの価格を P_h，P_x，所得を Y とする．このとき，借家人の効用は次で示される．

$$U = U(h, x) \tag{1}$$

借家人が住宅補助プログラムに参加していない当初の時点 0 での予算制約は BM であり，

$$P_h^0 h + P_x^0 x = Y_0 \tag{2}$$

となる．借家人が（2）の制約下で（1）を最大化したとき，E (h_0, x_0) を均衡点として選択する．

政府は，貧困層が賃貸住宅に入居した際に市場家賃の一定割合を補助するものとする．借家人が住宅補助プログラムに参加している場合の時点 1 の予算制約は BQ で示され，

$$P_h^1 h + P_x^0 x = Y_0 \tag{3}$$

となる．ここで，政府による家賃補助率を s とすると，住宅サービス価格は当初の P_h^0 から補助された価格 $P_h^1\ (=(1-s)\,P_h^0)$ へと変動する．

住宅サービス量が政府によって割り当てられていない場合，(3) の制約下で（1）を最大化することで借家人は，$H\ (h_1, x_1)$ を新しい均衡点として選択する．その結果，借家人の効用水準は，U^0 から U^1 へと上昇する．

8　住宅サービスという概念を導入したのは Muth（1960）である．住宅サービスを同質とすることは住宅サービスを合成財とみなしていることであり，住宅の分割可能性と住宅サービスから住戸への費用を伴わない変形可能性を暗黙的に仮定している（De Borger（1983, p. 410））．Murray（1978, pp. 190～194）は，住居特性が線形同次（linear homogeneous）技術の下で物理的投入物から生産され，効用関数が相似拡大的（homothetic）であるならば，合成財として住宅サービスを扱えることが可能であることを示した．

住宅補助プログラムの効率性を判断するためには，当該プログラムの費用と便益を比較しなければならない．借家人が均衡点 H における財の組み合わせである (h_1, x_1) を当初価格で購入するとすれば，市場価値は（$P_h^0h_1+P_x^0x_1$）となり，H は予算制約線 DR 上の点として解釈できる．ところが，借家人は住宅補助プログラムの下で，補助された価値である（$P_h^1h_1+P_x^0x_1$）を支払うことになるため，このときの H は予算制約 BQ 上の点として解釈できる．政府は市場価値と補助された価値の差である，

$$(P_h^0h_1+P_x^0x_1) - (P_h^1h_1+P_x^0x_1) = sP_h^0h_1 \tag{4}$$

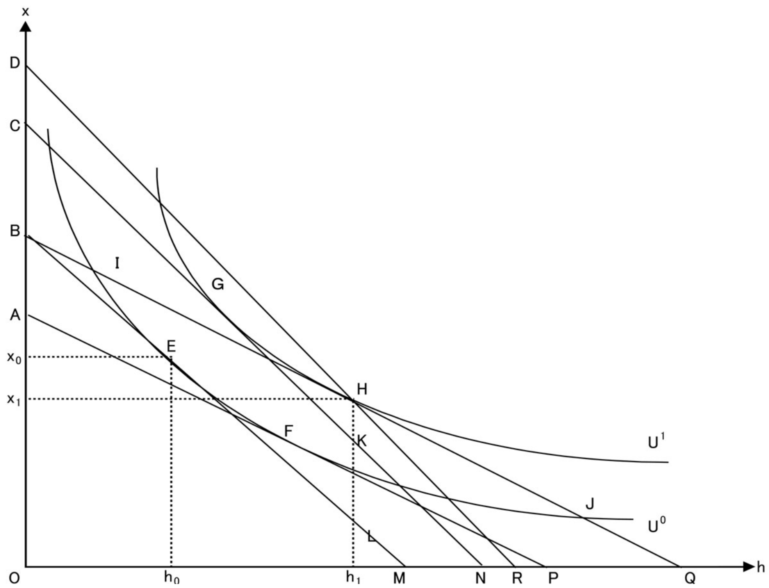
相当額を補助しなければならない．このことは，借家人の効用水準を U^1 に引き上げるために政府は HL (＝DB) に相当する支出を行うことを意味する．

住宅補助を受給する替わりに KL (＝BC) に相当する現金補助を受給することで，借家人は同一の効用水準 U^1 を達成することが可能であり，均衡点として G を選択する．この現金補助は，住宅補助プログラムが借家人にもたらす便益に等しい便益をもたらすため，等価現金補助 (equivalent cash grants) と呼ばれる．

借家人の無差別曲線が凸である場合，政府が住宅補助プログラムに支払った額 HL は等価現金補助 KL よりも大きいことから，住宅補助プログラムには非効率性が伴うと言える．これは価格を制御することで資源配分に歪みが発生していることに起因する．Arron and von Furstenburg (1971, pp. 184～185) に従うと，このときの相対的非効率は，社会的浪費の補助費用に対する比率として次のように表される．

$$\text{Inefficiency} = (\text{DB}-\text{CB})/\text{DB} \tag{5}$$

図 1　住宅補助の効果



注：DeSalvo (1971), Arron and von Furstenburg (1971), Olsen and Barten (1983) を参照して筆者作成。

次に，借家人の厚生水準の増分である便益を測定する尺度である等価現金補助を求めるための，標準的な手法を提示する．(2) の制約下で (1) の効用を最大化することにより，借家人のMarshallian 需要関数が住宅サービスと他の財について求められる（時点は特定しない）．

$$h^* = h^*(P_h, P_x, Y) \tag{6}$$

$$x^* = x^*(P_h, P_x, Y) \tag{7}$$

(6) と (7) を効用関数 U に代入することで間接効用関数が求められる．

$$V = V(h^*, x^*) = V(P_h, P_x, Y) \tag{8}$$

住宅補助プログラムが実施された場合，H における効用水準は，Y_0 を当初所得とすると，

$$Y_H = Y_H(P_h^1, P_x^0, Y_0) \tag{9}$$

で示される．Gにおける効用水準は，Y_e を現金補助がなされた後の所得であるとすれば，

$$Y_G = Y_G(P_h^0, P_x^0, Y_e) \tag{10}$$

となる．$V_H = V_G$ と想定することができるので，

$$Y_e = Y_e(P_h^0, P_h^1, P_x^0, Y_0) \tag{11}$$

と表すことができる．なお，Y_e は OC に相当し，Y_0 は OB に相当するので，等価現金補助は前述のように CB である．Y_e から Y_0 を控除した等価現金補助は次式で表すことが可能となる．

$$Y_e - Y_0 = Y_e(P_h^0, P_h^1, P_x^0, Y_0) - Y_0 \tag{12}$$

等価現金補助と実際に政策に要した費用とを比較して住宅補助政策の効率性を判断することになる．住宅補助の効率性についての実証分析を行うためには，この等価現金補助の理論的性質を明確にすること，具体的推定手法を確立することが重要となる．

家賃補助が実施されている状況下において，住宅サービス量に割当て制度が実施されている場合，借家人は政府の提供するスペースを受け入れるかプログラムから退出するか（take-it-or-leave-it）の選択を迫られることになる．

この場合，借家人は所得制約 BQ 上のいずれかの点を選択せざるをえない（偶然Hが選択される可能性は排除できない）．住宅サービス量は，I 点では過少，J 点では過大であるため，効用水準は全く上昇していないことになる．従って，BQ 上の H から J の間が選択されるのが現実的である．

家賃補助による借家人の住宅サービスの消費拡大をとおして近隣住民の効用水準が増加する可能性がある．従って DeSalvo（1971, p. 178）は，DC（＝DB－CB）をプログラム正当化のための遺贈者便益の最低必要額とした[9]．

外部性が存在する場合のパレート最適を達成するための条件は，借家人（T）の効用関数と遺贈者（D）の相互依存型効用関数を想定することで求められる[10]．

9　Rosen（1985, p. 378）は，過去の実証分析結果から，住宅補助プログラムが周辺地価を上昇させるスピルオーバー効果の規模は大きなものではないこと，犯罪抑止といった社会費用低減は貧困対策によるべきものであると指摘している．

10　外部性の議論は，Friedman（1984, pp. 64～70）を参照した．

$$U^{T}=U^{T}(h^{T},\ x^{T}) \tag{13}$$

$$U^{D}=U^{D}(h^{D},\ x^{D},\ h^{T}) \tag{14}$$

遺贈者の効用水準はプログラムの外部性により $\overline{U}^{D}$ が確保されているとすれば，借家人の効用最大化は次の最適化を解くことで求められる．

$$\max\ U^{T}=U^{T}(h^{T},\ x^{T})$$

$$s.t.\overline{U}^{D}=U^{D}(h^{D},\ x^{D},\ h^{T}) \tag{15}$$

ここからパレート最適条件として次式が示される．

$$\mathrm{MRS}^{T}(h^{T}\ x^{T})=\mathrm{MRS}^{D}(h^{D}\ x^{D})-\mathrm{MRS}^{D}(h^{T}\ x^{D}) \tag{16}$$

ここで，MRS は借家人又は遺贈者にとっての財の限界代替率を示している．

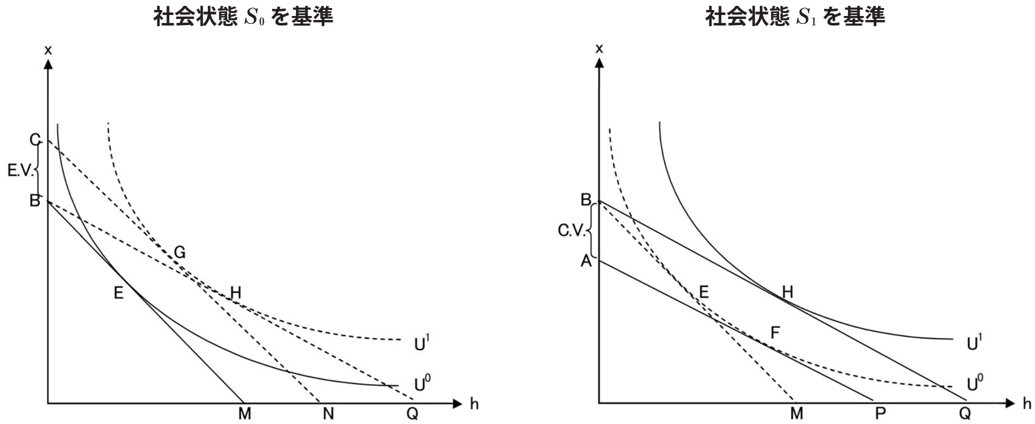
3　借家人の便益と消費者余剰の概念

等価現金補助は，消費者余剰の概念の一つである等価変分（E.V.：Equivalent Variation）に相当する．消費者余剰としてはこの他に，補償変分（C.V.：Compensating Variation）とマーシャル型消費者余剰（C.S.：Consumer Surplus）が想定できる[11].

E.V. と *C.V.* は，図 2 を用いて次のように定義することができる．まず，住宅補助が存在しない社会状態を S_0 とし，価格（P_h^0, P_x^0）と所得制約 BM の下で効用水準 U^0 が達成される．住宅補助が実施された社会状態を S_1 とし，価格（P_h^1, P_x^0）と所得制約 BQ の下で効用水準 U^1 が達成される．

E.V. は，社会状態 S_0 を与件として効用水準を当初の U^0 から U^1 へと上昇させるために要求

図 2　E.V. と C.V. の概念の比較



注 1：Cowell（1986）を参照して筆者作成

11　本節の議論の展開に当たっては，Willig（1976, pp. 590〜592），Hausman（1981, pp. 664〜666），Cowell（1986, pp. 84〜86）を参照した．

される予算の変化幅 CB である．$C.V.$ は，社会状態 S_1 を与件として効用水準を U^1 から U^0 へと引き戻すために要求される予算の変化幅 BA である．

$E.V.$ と $C.V.$ が一致する保証はない．$E.V.$，$C.V.$ 及び $C.S.$ の相互関連については，消費者行動の双対理論（Dual Approach)）を用いることで明確に説明することが可能である．間接効用関数と $E.V.$，$C.V.$ の定義から次の関係が得られる．

$$U^1 = V(P_h^1,\ P_x^0,\ Y_0) = V(P_h^0,\ P_x^0,\ Y_0 + E.V.) \tag{17}$$

$$U^0 = V(P_h^1,\ P_x^0,\ Y_0) = V(P_h^0,\ P_x^0,\ Y_0 - C.V.) \tag{18}$$

一方，借家人は一定の効用水準を保つという制約下で支出を最小化する．

$$\min\ C = P_h h + P_x x$$

$$s.t. \overline{U} = U(h,\ x) \tag{19}$$

Hicksian 需要関数は，次のように求められる．

$$h^{**} = h^{**}(P_h,\ P_x,\ U) \tag{20}$$

$$x^{**} = x^{**}(P_h,\ P_x,\ U) \tag{21}$$

（20）と（21）を（19）の第 1 式に代入することで，支出関数が求められる．

$$C^* = P_h h^{**} + P_x x^{**} = C^*(P_h,\ P_x,\ U) \tag{22}$$

（17）（18）と（22）から，次の関係が得られる．

$$C^*\{P_h^0,\ P_x^0,\ V(P_h^0,\ P_x^0,\ Y_0 + E.V.)\} = C(P_h^0,\ P_x^0,\ U_1) \tag{23}$$

$$C^*\{P_h^1,\ P_x^0,\ V(P_h^1,\ P_x^0,\ Y_0 - C.V.)\} = C(P_h^1,\ P_x^0,\ U_0) \tag{24}$$

支出関数は最小の費用で最大の効用水準を保証することから，次の関係が成立している．

$$C^*(P_h^0,\ P_x^0,\ U_1) = Y_0 + E.V. \tag{25}$$

$$C^*(P_h^1,\ P_x^0,\ U_0) = Y_0 - C.V. \tag{26}$$

従って，

$$E.V. = C^*(P_h^0,\ P_x^0,\ U_1) - C^*(P_h^1,\ P_x^0,\ U_1) \tag{27}$$

$$C.V. = C^*(P_h^0,\ P_x^0,\ U_0) - C^*(P_h^1,\ P_x^0,\ U_0) \tag{28}$$

が求められる．これらの式は，$\dfrac{\partial C^*}{\partial P_h} = h^{**}$(Shepherd's Lemma）が成立していることから，次のように書き換えられる．

$$E.V. = \int_{P_h^1}^{P_h^0} \frac{\partial C^*(P_h,\ P_x,\ U_1)}{\partial P_h}\, dp_h = \int_{P_h^1}^{P_h^0} h^{**}(P_h,\ P_x,\ U_1)\, dp_h \tag{29}$$

$$C.V. = \int_{P_h^1}^{P_h^0} \frac{\partial C^*(P_h,\ P_x,\ U_0)}{\partial P_h}\, dp_h = \int_{P_h^1}^{P_h^0} h^{**}(P_h,\ P_x,\ U_0)\, dp_h \tag{30}$$

$E.V.$ と $C.V.$ はそれぞれの依拠する効用水準に対応する Hicksian 需要関数を P_h^1 から P_h^0 まで定積分したものに等しく，これに対応する $C.S.$ は，Marshallian 需要関数を P_h^1 から P_h^0 まで定積分したものに等しい．

住宅サービスを上級財であると想定した場合の，これらの消費者余剰の関係を示したのが図 3 である．Hicksian 需要関数と Marshallian 需要関数の関係は次の Slutsky 方程式で示される．

$$\frac{\partial h^{**}(P_h, P_x, U)}{\partial P_h} - \frac{\partial h^{*}(P_h, P_x, Y)}{\partial P_h} = h^{*}\frac{\partial h^{*}(P_h, P_x, Y)}{\partial Y} \tag{31}$$

上級財の場合，$\frac{\partial h^{*}(P_h, P_x, Y)}{\partial Y} \geq 0$ なので，Hicksian 需要関数は，Marshallian 需要関数よりも傾きが大きいことになる．

$Y_0 = C^*(P_h^0, P_x^0, U_1)$ が成立するので，$h^{**} = h^{**}(P_h, P_x, U_0)$ と $h^* = h^*(P_h, P_x, Y_0)$ は点 A で交わる．$Y_0 = C^*(P_h^0, P_x^0, U_1)$ が成立するので，$h^{**} = h^{**}(P_h, P_x, U_1)$ と $h^* = h^*(P_h, P_x, Y_0)$ は点 C で交わる．

(29) から $E.V. = \mathrm{I} + \mathrm{II} + \mathrm{III}$，(30) から $C.V. = \mathrm{I}$，$C.S. = \mathrm{I} + \mathrm{II}$ となるので，次の関係が成立する．

$$C.V. \leq C.S. \leq E.V. \tag{32}$$

(31) 式の各項に P_h/h^* を，右辺に Y/Y を乗じると次式が得られる[12]．

$$\varepsilon - \xi = \frac{P_h/h^*}{Y}\eta \tag{33}$$

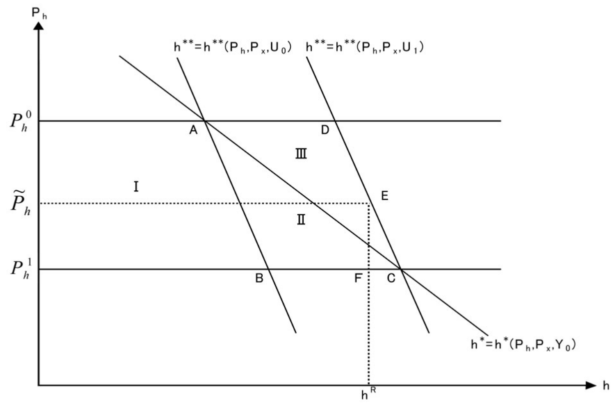
ここで，εは補償された価格弾力性，ζは通常の価格弾力性，ηは所得弾力性を示している．ここから，住宅サービスへの支出が所得の大きな割合を占めるか，当該財の所得弾性値が大きい場合，$E.V.$ と $C.V.$ の差異を大きくすることが示される．

所得効果が 0 の場合，(31) の左辺第 1 項と第 2 項は等しくなる，つまり所得の限界効用が一定の場合，Hicksian 需要関数と Marshallian 需要関数は一致するので，次式が成立する．

$$C.V. = C.S. = E.V. \tag{34}$$

$E.V.$ と $C.V.$ の相違は，基準点として当初の社会状態と事後の社会状態のいずれかを選択する

図 3　消費者余剰の相互関係



注 1：h*: Marshallian 需要関数，h**: Hicksian 需要関数を示す
注 2：Cowell (1986), Hausman (1981) を参照して筆者作成

12　Friedman (1984, pp. 94～96) を参照した．

かによるものである．Willig（1976, p. 589）は，$E.V.$ は消費者余剰の上限，$C.V.$ は下限であるとし，両者の相違は小さいとして $C.S.$ で消費者余剰を代表させることを提起している[13]．しかし，Hausman（1981, p. 663）は，課税が所得効果に与える影響を考慮すると，$C.S.$ は正確な指標とは言えないこと，特に超過負担の計測には用いることができないことを指摘している．その後の政策評価の議論においても，$E.V.$ 又は $C.V.$ が計測されている[14]．

ここまでの議論では，家賃補助の際に，住宅サービス量を借家人が自由に選択可能という前提に立っている．家賃補助の際に住宅サービス量が図 3 の h^R に割り当てられる場合，$E.V.$ はⅡの三角形 ECF だけ減少する．対応する $E.V.$ を推計する場合には，借家人が選択自由の場合に住宅サービス量 h^R を選択し，補助がある場合と同一の効用水準を得られる市場価格である影の価格（shadow price）$\tilde{P}_h$ を求めることが必要となる[15]．

住宅補助プログラムの効率性評価に当たっては，所得効果の規模等について検証しておく必要性がある．住宅需要の価格及び所得弾力性については，de Leeuw (1971)，Lee and Kong (1977)，Mayo (1981）が米国についての研究結果をとりまとめている．これらの結果から，賃貸住宅では価格弾力性は－0.2～－0.7，所得弾力性は 0.3～0.8 程度であること，持ち家は賃貸住宅よりも所得弾力性が大きいことが言える[16]．日本についてみると，Miriuzumi（1993）は，持ち家需要の価格弾力性は－0.13，所得弾力性は 0.11，貸家需要の価格弾力性は－0.67，所得弾力性は－0.05 で，貸家は劣等財であるものの低所得層では必需財であることを示している．

所得に対する住宅関連支出の比率については，補助対象となる世帯について考えなければならない．なぜならば，世帯所得によって比率は異なるからである．また，その比率が補助前か補助後であるかが問題となる．森田，中村（2004a）（2004b）によれば，岡山市の市営住宅入居者の所得は月額 83,417 円，家賃は入居前 44,408 円，入居後 20,200 円であるため，負担率は 53%と 24%である．従って，入居前を基準とすると $E.V.$ と $C.V.$ の乖離は大きくなる可能性がある[17]．

4　効用関数を特定化するモデル

住宅補助政策における借家人の便益，つまり $E.V.$ と $C.V.$ の推計のために，これまでに様々な手法が開発されてきた．便益の推計に当たっては，Hicksian 需要関数を観察することができないため，いかにして関連するパラメータを推定するかが課題となる．これまでに開発された手

13　Mayo（1986）は，$C.S.$ を用いて実証分析を試みている．Mayo は当時，世界銀行のエコノミストであり，実務上のプロジェクト評価を重視したためであると考えられる．

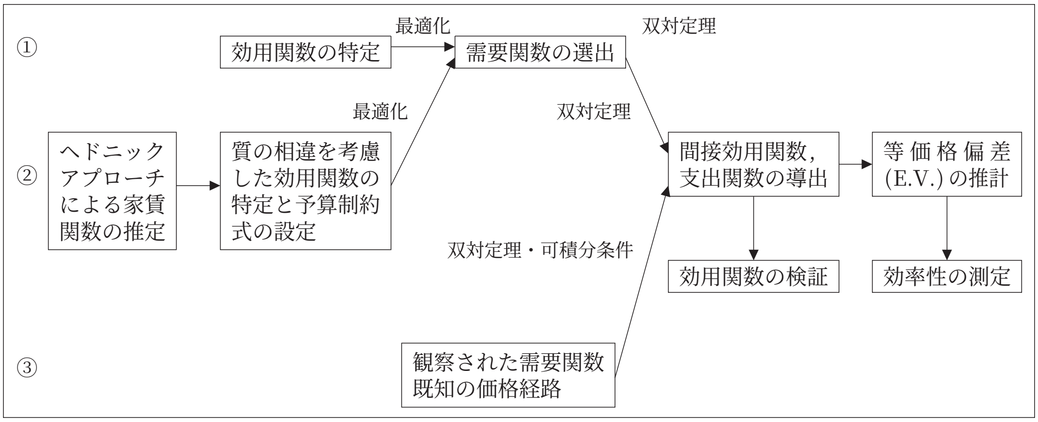
14　Slesnick（1998, pp. 2109～2115）参照．

15　影の価格の定義は Neary and Roberts（1980, pp. 27～31）による．

16　Schwab（1985）では，賃貸住宅需要の価格弾力性は－0.7，所得弾力性は 0.2～0.3 程度とされている．

17　公営住宅の家賃水準に関しては公営住宅法第 16 条及び同施行令第 2 条によって収入階層別に算定基礎額が定められている．一方，収入に関しては，同施行令第 1 条で所得総額から所得税法上の控除と独自に定めた控除を行なった額としている．

図 4　住宅補助政策の効率性推計手法について



注：参考文献に記載された文献をもとに筆者作成

法をグループ化して相互関係をとりまとめたものが図 4 である．

便益の推計は，図 4 の①に示されるように，効用関数を特定化する手法が一般的である．効用関数が特定されると，*E.V.* も具体的な形で導出できる．効用最大化から導かれた Marshallian 需要関数のパラメータを推定し，これを用いて *E.V.* を推定することになる．

効用関数を特定化する場合の標準的な手法を取りまとめた結果が表 1 である．ここでは，制約条件を $P_h h + P_x x = Y$ として借家人は効用最大化を図るものとしている．

E.V. は住宅サービス需要の価格及び所得弾力性に影響される．政府が特定の財の購入に介入することは，当該財は必需財であり，需要の価格弾力性が小さい可能性が高いことを意味する．このような場合，追加消費に対する評価はより割り引かれたものとなり，厚生水準の上昇度合いは小さくなる[18]．

表 1 からわかるように，効用関数を特定化することは，住宅サービス需要の価格及び所得弾力性を特定の値に制約することにつながる場合がある．このことは，厚生水準の推計値のバイアスが発生することを意味する．これは，操作しやすく家賃変動が少ないデータを用いてもパラメータを推定できる効用関数を用いたことで発生する問題である．

住宅需要の価格及び所得弾力性を正しく捕捉するとともに，操作性が高くパラメータを推定しやすい効用関数を特定することが重要な問題となる．このような方針に沿ったものとして，Murray（1975）（1980）は，一般化 CES 効用関数を用いることを提唱している．

$$U = [\alpha h^{\beta} + (1-\alpha) x^{\gamma}]^{-1/\rho} \tag{35}$$

但し，$0<\alpha<1$，$-1<\beta<\infty$，$-1<\gamma<\infty$，$-1<\rho<\infty$である．借家人は $P_h h + P_x X = Y$ を制約条件として効用最大化を測るため，一階の条件は次式となる．

18　Mayo（1999, p. 21）

表 1　効用関数の特定と *E.V.*

効用関数	Cobb-Douglas 型効用関数 $U=h^{\alpha}x^{1-\alpha}$ $0<\alpha<1$	CES 効用関数 $U=[\alpha h^{-\rho}+(1-\alpha)x^{-\rho}]^{-1/\rho}$ $0<\alpha<1,\ 0<\rho<\infty$	Klein-Rubin（Stone-Geary）型効用関数 $u=(h-\gamma_h)^{-\rho}(x-\gamma_x)^{1-\rho}$ $0<\gamma_h<h,\ 0<\gamma_x<x,\ -1<\rho<\infty$ γ_h と γ_x は最低限の本質的消費量
Marshallian 需要関数	$h^*=\alpha\dfrac{Y}{P_h}$ $x^*=(1-\alpha)\dfrac{Y}{P_x}$	$h^*=(\dfrac{\alpha}{P_h})^{\frac{1}{1+\rho}}\left[(\dfrac{\alpha}{P_h})^{\frac{1}{1+\rho}}P_h+(\dfrac{1-\alpha}{P_x})^{\frac{1}{1+\rho}}P_x\right]^{-1}Y$ $x^*=(\dfrac{1-\alpha}{P_x})^{\frac{1}{1+\rho}}\left[(\dfrac{\alpha}{P_h})^{\frac{1}{1+\rho}}P_h+(\dfrac{1-\alpha}{P_x})^{\frac{1}{1+\rho}}P_x\right]^{-1}Y$	$h^*=(1-\rho)\gamma_h+\rho(\dfrac{Y}{P_h})-\rho\gamma_x(\dfrac{P_x}{P_h})$ $x^*=\rho\gamma_x+(1-\rho)(\dfrac{Y}{P_h})-(1-\rho)\gamma_h(\dfrac{P_h}{P_x})$
需要の価格弾力性及び所得弾力性	価格弾力性：−1 所得弾力性：　1	価格弾力性：ρの値に応じて変動 所得弾力性：1	価格弾力性：$-1<\zeta<0$ 所得弾力性：値に制約なし
等価変分 *E.V.* 住宅サービス量を自由に選択できる場合	$Y_0(\dfrac{P_h^1}{P_h^0})^{-\alpha}-Y_0$	$\left[(\dfrac{\alpha}{P_h^0})^{\frac{1}{1+\rho}}P_h^0+(\dfrac{1-\alpha}{P_x^0})^{\frac{1}{1+\rho}}P_x^0\right]^{\frac{1+\rho}{\rho}}Y$ $\left\{[\dfrac{\alpha}{P_h^1}]^{\frac{1}{1+\rho}}P_h^1+(\dfrac{1-\alpha}{P_x^0})^{\frac{1}{1+\rho}}P_x^0\right\}^{-\frac{1+\rho}{\rho}}Y_0-Y_0$	$(\dfrac{P_h^1}{P_h^0})^{-\rho}(Y_0-P_h^1\gamma_h-P_x\gamma_x)-(Y_0-P_h\gamma_h-P_x\gamma_x)$
等価変分 *E.V.* 住宅サービス量に割当 h^R がある場合	$(\dfrac{P_h^0h^R}{\alpha})^{\alpha}\ (\dfrac{Y_0-P_h^1h^R}{1-\alpha})^{1-\alpha}-Y_0$	$\left[(\dfrac{\alpha}{P_h^0})^{\frac{1}{1+\rho}}P_h^0+(\dfrac{1-\alpha}{P_x^0})^{\frac{1}{1+\rho}}P_x^0\right]^{\frac{1+\rho}{\rho}}$ $\left[\alpha(h^R)^{-\rho}+(1-\alpha)(\dfrac{Y_0-P_h^1h^R}{P_x^0})^{-\rho}\right]^{-\frac{1}{\rho}}-Y_0$	$(\dfrac{P_h^0}{\rho})^{\rho}(\dfrac{P_x}{1-\rho})^{1-\rho}(h^R-\gamma_h)^{\rho}(\dfrac{Y_0-P_h^1h^R}{P_x^0}-\gamma_x)^{1-\rho}$ $-(Y_0-P_h\gamma_h-P_x\gamma_x)$
相対的非効率 （プロジェクト名，対象地域，調査対象時点（データ収集時））	Desalvo (1975)：45% （N.Y.'s Mitchell-Lama Program，米国，1968 年） Clemmer (1984)：7% （Public Housing，米国，1977 年） Wong et al. (1988)：41% （香港の公営住宅，1981 年）	Arron et al. (1971)：10〜15% （米国，1960 年代後半）	Olsen et al. (1983)：22%, 27% （Public Housing in N.Y.，米国，1965, 1968 年） Clemmer (1984)：19% （Public Housing，米国，1977 年） De Borger (1985)：29% （Liege, Belgium, 1970 年代初頭） Reeder (1985)：17%（Section 8，米国，1976 年） Hammond (1987)：39%（米国，1977 年）
問題点	住宅需要の価格と所得弾力性が 1 に制約されるため，*E.V.* の推定値はバイアスが発生している可能性が高い．	住宅需要の価格弾力性が 1 に制約されるため，*E.V.* の推計値にバイアスが発生している可能性が高い．但し所得弾力性は 1 には必ずしもならない．	住宅需要の価格弾力性と所得弾力性は 1 に制約されない．但し価格弾力性は−1〜0 の値となる．本質的消費量を外生的に求める必要性がある．

注：表中に記載されている文献及び Kong（1977），Lee and Kong（1982）を基に筆者作成．

$$\frac{P_h}{P_x}=\frac{\alpha\beta}{(1-\alpha)}\cdot\frac{h^{-1-\beta}}{x^{-1-\lambda}}$$

$$P_h h+P_x X=Y \tag{36}$$

ここで（36）の第1式が非線形であるので，Marshallian 需要関数を明示的に表すことができない．しかし，Lee and Kong (1982, pp. 142～143) が指摘するように，比較静学を用いることで住宅需要の価格弾力性と所得弾力性を導くことが可能であり，それらは必ずしも1ではない．

Murray（1975）（1980）は，一階の条件が次式の成立を含意すること示した．

$$\ln\left(\frac{P_h x}{P_x h}\right)=\ln\left[\frac{\alpha\beta}{(1-\alpha)\gamma}\right]-(\beta+2)\ln h+(\gamma+2)\ln\ \gamma \tag{37}$$

Murray（1975）（1980）は，lnh と $ln\gamma$ について，それぞれを定数項，所得，価格について回帰させて操作変数を構築し，2段階最小2乗法を用いて α，β，γ を推定することを提案した．さらに $E.V.$ の推計に当たっては，これらのパラメータの推定値を用いて収束計算を行っており，住宅需要の所得と価格の弾力性の制約を除去することに成功した．米国の1968年のデータを用いて，Public Housing の相対的非効率を求めた結果は，Murray（1975）では21%，Murray (1980) では38%であるとされている．

但し，Lee and Kong (1982, p. 143) が指摘するように，一般化 CES 効用関数を用いた場合，$E.V.$ を一義的に決定できないこと，2段階最小2乗法を用いた場合に効率的推定値を求めることができないことという問題が残る．

このような問題点を回避するために，Kong（1977），Lee and Kong（1982）は需要の価格及び所得弾力性の制約がなく，$E.V.$ が唯一の値に決定される一般化 Klein-Rubin 型効用関数を提示した．

$$u=[\alpha(h-\gamma_h)^{-\rho}+(1-\alpha)(x-\gamma_x)^{-\rho}]^{-1/\rho} \tag{38}$$

ここで $0<\alpha<1$，$0<\gamma_h<h$，$0<\gamma_x<x$，$-1<\rho<\infty$ であり，γ_h と γ_x は最低限の生存消費量 (subsistence amounts) である．借家人は $P_h h+P_x x=Y$ を制約条件として効用最大化を図るので，次の Marshallian 需要関数が求められる．

$$h^*=\gamma_h+\left(\frac{\alpha}{P_h}\right)^{\frac{1}{1+\rho}}\left[\left(\frac{\alpha}{P_h}\right)^{\frac{1}{1+\rho}}P_h+\left(\frac{1-\alpha}{P_x}\right)^{\frac{1}{1+\rho}}P_x\right]^{-1}\cdot(Y-P_h\gamma_h-P_x\gamma_x) \tag{39}$$

$$x^*=\gamma_x+\left(\frac{1-\alpha}{P_x}\right)^{\frac{1}{1+\rho}}\left[\left(\frac{\alpha}{P_h}\right)^{\frac{1}{1+\rho}}P_h+\left(\frac{1-\alpha}{P_x}\right)^{\frac{1}{1+\rho}}P_x\right]^{-1}\cdot(Y-P_h\gamma_h-P_x\gamma_x) \tag{40}$$

価格弾力性は負，所得弾力性は正のいかなる値をとることも可能であるため，バイアスのない推定値が得られることになる．住宅サービス量に割り当てがない場合とある場合の，$E.V.$ はそれぞれ次式で示される．

$$E.V.=\left[\left(\frac{\alpha}{P_h^0}\right)^{\frac{1}{1+\rho}}P_h^0+\left(\frac{1-\alpha}{P_x^0}\right)^{\frac{1}{1+\rho}}P_x^0\right]^{\frac{1}{\rho}+1}\cdot\left[\left(\frac{\alpha}{P_h^1}\right)^{\frac{1}{1+\rho}}P_h^1+\left(\frac{1-\alpha}{P_x^0}\right)^{\frac{1}{1+\rho}}P_x^0\right]^{-\frac{1}{\rho}-1}$$

$$[Y_0-P_h^1\gamma_h-P_x^0\gamma_x]-[Y_0-P_h^0\gamma_h-P_x^0\gamma_x] \tag{41}$$

$$E.V.=[(\frac{\alpha}{P_h^0})^{\frac{1}{1+\rho}}P_h^0+(\frac{1-\alpha}{P_x^0})^{\frac{1}{1+\rho}}P_x^0]^{\frac{1}{\rho}+1}\cdot[(\alpha(h^R-\gamma_h)^{-\rho}+(1-\alpha)(\frac{Y_0-P_h^1h^R}{P_h^1}-\gamma_x)^{-\rho}]^{-\frac{1}{\rho}}$$

$$-[Y_0-P_h^0\gamma_h-P_x^0\gamma_x] \tag{42}$$

Kong（1977）は一般化 Klein-Rubin 型効用関数を適用した実証分析において，1970 年の米国の住宅補助プログラムの相対的非効率は 1/2 弱であることを示した．

なお，$E.V.$ を推計する際には，補助前と補助後の家賃を用いなければならないが，一般的には補助前の家賃が不明な場合が多い．その場合，ヘドニック・アプローチ等の住宅特性を考慮した家賃関数を推定して，補助対象となった住宅の市場家賃を推定する手法が採用されている[19]．

5　住宅サービスの異質性を考慮したモデル

住宅サービスの異質性に対処するために，図 4 の②に示されているヘドニック・アプローチを包摂した手法が Quigley（1982），De Borger（1986）（1987）によって提案されている．ここでは，De Borger（1987）に従って議論を展開する．

財の異質性を想定した場合，家計の効用最大化は住宅サービスの属性 $h(i=h_1, h_2, ..., h_n)$ と他の財の集合 $x(=x_1, x_2, ..., x_n)$，さらに住宅サービスの属性の陰伏的属性価格（implicit attribute price）P_{hi}（$i=1, ..., n$）と他の財の単価 $Pxj(j=1, ..., m)$ を考慮に入れて決定される．

$$\max U(h_1, h_2, ..., h_n, x_1, x_2, ..., x_m)$$

$$s.t. \sum_{i=1}^{n} P_{hi}h_i+\sum_{j=1}^{m} P_x x_j=Y \tag{43}$$

住宅サービスの合成財 H とその他の財の合成剤 X を用いた形に変換するために，効用関数の弱分離性を想定し，相似拡大的な副次的効用関数を $g_i(\cdot)$ とする．このとき，当初の効用関数は $U(g_H(h_1, ... h_n), g_x(x_1, x_2, ..., x_m))$ と書き換えられえる[20]．

De Borger（1989a）は，住宅サービスとその他の財のそれぞれの支出関数を量と価格の積である［$\theta_i(g_i)$][$\beta_i(P_i)$］で表すことが可能であると想定する（$\theta_i(\cdot)$ は単調増加関数，$\beta_i(\cdot)$ は一次同次関数）．合成財は $H=\theta_H(g_H)$，$X=\theta_X(g_x)$ と表すことができるので，(43) の最適化は次のように書き換えられる．

$$\max U=U(\theta_H^{-1}(H), \theta_X^{-1}(X))$$

$$s.t. P_HH+P_XX=Y \tag{44}$$

従って，合成財への消費配分が決定されたのちに，個別の特性や財への配分が決定される 2 段階予算制約モデルが成立する．第 1 段階で求めた合成財の最適量は，第 2 段階で求められる対応

19　Murray (1975) (1980), De Borger (1983) 等参照．

20　De Borger (1985, p. 410) は，分離可能な効用関数において，住宅特性について定義された副次的効用関数が相似拡大的であれば合成財としての住宅サービスを定義できるとしている．

するグループの属性と財の最適量で評価された副次的効用関数の単調増加関数であり，$H^*=f_H\{g_H(h_1^*, \ldots\ldots h_n^*)\}$，$X^*=f_X\{g_X(x_i^*, \ldots\ldots x_m^*)\}$ と表現できる．従って次の関係が成立する．

$$U\{g_H(h_1^*, \ldots\ldots h_n^*), g_X(x_i^*, \ldots\ldots x_m^*)\}=U\{f_H^{-1}(H^*), f_X^{-1}(X^*)\} \tag{45}$$

ここで，$h_i^*(=h_1^*, \ldots\ldots h_n^*)$，$x_i^*(=h_1^*, \ldots\ldots h_m^*)$ は，次の第 2 段階の最適解である．

$$\max g_H(h_1, \ldots\ldots h_n) or, \max g_X(x_1, \ldots\ldots x_m)\}$$

$$s.t. \sum_{i=1}^{n} P_{hi}h_i=P_H H^* or, \sum_{j=1}^{m} P_{xj}x_j=P_X X^* \tag{46}$$

住宅補助プログラムが実施されて，属性$h_i^s(=h_1^s, \ldots\ldots h_n^s)$ を持つ住宅サービスが，補助された家賃 P^s で供給されるとする．住宅サービス量が h^s に割当てられているとき，その他の財の消費量は，$x^s=(Y-h^s\cdot P^s)/P^x$ となる．このとき，次式がどのような条件下で成立しているかを考える．

$$U\{g_H(h_1^s, \ldots\ldots h_n^s), x^s\}=U\{\theta^{-1}(H^s), x^s\} \tag{47}$$

(47) が成立するためには，次式が成立していることが必要十分条件である

$$g_H(h_1^s, \ldots\ldots h_n^s)=H^s \tag{48}$$

(48) が成立するのは，補助された住宅の属性が次の最適化の解である場合に限定される．

$$\max g_H(h_1^s, \ldots\ldots h_n^s)$$

$$s.t. \sum_{i=1}^{n} P_{hi}h_i=P_H H^s=M \tag{49}$$

ここで，M は補助された住宅サービスを市場価格で評価した住宅支出額である．De Borger (1987) は，通常は (47) は左辺が右辺よりも小さいことから，住宅サービスを合成財とした場合，$E.V.$ は過大推計されることを示した．

De Borger (1987) は，住宅サービスの属性を明示的にモデルに包摂するために，効用関数の弱分離性と副次的効用関数の相似拡大的という条件を満たす修正されたコップ・ダグラス型効用関数と Klein-Rubin 型効用関数を次のように設定する．

$$U=[\prod_{i=1}^{n} h_i^{\alpha_i}]x^{1-\Sigma_{i=1}^{n}\alpha_i} \tag{50}$$

$$U=[\prod_{i=1}^{n}(h_i-\gamma_h)^{\rho_i}][(x-\gamma_x)^{1-\Sigma_{i=1}^{n}\rho_i}] \tag{51}$$

住宅サービス量に割当てがある場合の，対応する $E.V.$ は，それぞれ次のように示される．

$$E.V.=[\prod_{i=1}^{n}(\frac{P_i h_i^s}{\alpha_i})^{\alpha_i}][\frac{P_x x^s}{1-\sum_{i=1}^{n}\alpha_i}]^{1-\Sigma_{i=1}^{n}\alpha_i}-Y \tag{52}$$

$$E.V.=[\prod_{i=1}^{n}[\frac{P_i(h_i^s-\gamma_i)}{\rho_i}]^{\rho_i}][\frac{P_x(x^s-\gamma_x)}{1-\sum_{i=1}^{n}\rho_i}]^{1-\Sigma_{i=1}^{n}\rho_i}-(Y-\sum_{i=1}^{n}P_i\gamma_i-P_x\gamma_x) \tag{53}$$

De Borger（1986）は，修正された Klein-Rubin 型効用関数を用いた実証分析で，1970 年代前半にベルギーで実施された住宅補助プログラムの相対的非効率は 59%であること，De Borger（1987）は，ベルギーでの住宅補助プログラムの便益推計において，住宅の質の相違を加味することで，コップ・ダグラス型効用関数の場合 32%，Klein-Rubin 型効用関数の場合 46%，それぞれ $E.V.$ の推定値が質の相違を考慮しない場合と比較して小さくなることを示した．

日本では，中村，森田（2000），森田，中村（2004a）（2004b）が岡山市の市営住宅入居者の 1999 年時点における個標データを基に，De Borger（1986）（1987）の手法に従って，住宅の質の相違を考慮に入れた修正されたコップ・ダグラス型効用関数を用いた実証分析を行っている．その結果，公営住宅での相対的非効率は 13%であることが示されている．

6　観察される需要関数を用いるモデル

ここでは，図 4 の③で示される Marshallian 需要関数が特定される場合，双対理論と可積分条件（integrability condition）[21] を利用することで，効用関数を特定化せずに $E.V.$ を求める方法を検討する．主要な手法は Hausman（1981）及び Vartia（1983）によって開発された．これらは共に，図 2 に示されるように $E.V.$ と $C.V.$ は，価格変動に対応して消費者が同一無差別曲線上を移動することを前提に定義されていることに着目したものである．住宅補助の効率性分析に Hausman（1981）の手法を最初に適用したのは Schwab（1985）であり，Vartia（1983）の手法を最初に適用したのは De Borger（1989）である[22]．

まず，Hausman（1981）の手法に従い，借家人の便益を推定する方法を考える．Hausman（1981）は，観察された Marshallian 需要関数を用いて，最適化を逆方向に辿ることで効用関数に辿り着こうと考えた．効用関数の分離可能性を次のように想定する．

$$U=U(h,\ x_1,\ \ldots\ldots,\ x_n)=U(h,\ g(x_1,\ \ldots\ldots,\ x_n)) \tag{54}$$

ここで $x_1, \ldots\ldots, x_n$ は住宅サービス以外の財の消費量，g は副次的効用関数である．さらに間接効用関数の分離可能性も想定する．

$$V=V(P_h,\ P_1,\ \ldots\ldots,\ P_n)=V(P_h,\ k(P_1,\ \ldots\ldots,\ P_n)) \tag{55}$$

ここで $P_1, \ldots\ldots, P_n$ は住宅サービス以外の財の価格，k は価格指数を与える関数である．

21　可積分条件は Hurwicz and Uzawa（1971）によって提示された．可積分条件とは，需要関数の特性を満たす well-behaved なMarshallian 需要関数が，効用最大化過程を経て導かれたものであるための十分条件である．これは支出関数が凹関数であること，つまり Hicksian 需要関数の傾きがプラスではないことを意味しており，Slutsky 行列が対称（symmetric）で半負値定符号（Negatively Semidefinite）であることで表される（Varian（1984, pp. 135～139）参照）．

22　Clemmer（1984）は Marshallian 需要関数を全微分し，Slutsky 方程式を適用することで $E.V.$ を推計できることを示した．また，米国の 1977 年のデータを用いた実証分析の結果，効用関数を特定する手法よりも $E.V.$ の値が小さくなることを示した．Irvine and Sims（1998）は，Slutsky 方程式を援用して $E.V.$ の近似値を推計する手法を提示した．

効用関数の分離可能性を前提とし，扱う財を住宅サービスとその他の合成財であるとすると，合成財の価格はニューメレールとして用いることができるため，住宅需要関数の説明変数として，価格は P_h のみ用いることが可能となる．

住宅価格の弾力性が一定の住宅需要関数を想定する．

$$h^* = e^{Zr} P_h^{\alpha} Y^{\delta} \left(= -\frac{\partial V(P_h, Y)}{\partial P_h} \Big/ \frac{\partial V(P_h, Y)}{\partial Y} \right) \tag{56}$$

ここで Z は社会経済的特性であり，α：価格弾力性，γ，δ (≠1)：所得弾力性が推定するべきパラメータである．需要関数の両辺の対数をとると，

$$lnh^* = \alpha\, lnP_h + \delta\, lnY + Z\gamma \tag{57}$$

となるので log-linear 需要関数となる．借家人の効用水準は，住宅補助によって図 2 の無差別曲線 U_1 上にあると仮定する．つまり社会状態 S_0 を基準にした場合において，H〜G へと無差別曲線 U^1 上を移動する況を追っていると想定する．

$$V(P_h, Y) = U_1 \tag{58}$$

価格経路に添って同一無差別曲線上に位置するためには，次式が成立している必要がある．

$$\frac{\partial V(P_h(t), Y(t))}{\partial P_h(t)} \frac{dP_h(t)}{dt} + \frac{\partial V(P_h(t), Y(t))}{\partial Y(t)} \frac{dY(t)}{dt} = 0 \tag{59}$$

陰関数定理と（56）式から次の微分方程式が導かれる．

$$\frac{dY(P_h)}{dp_h} = e^{z\gamma} P_h^{\alpha} Y^{\delta} \tag{60}$$

これを解くと，次式が得られる．

$$\frac{Y^{1-\delta}}{1-\delta} = e^{z\gamma} \frac{P_h^{1-\alpha}}{1+\alpha} + A \tag{61}$$

ここで，A は定数項であり，効用水準に依存するため，$A = U_1$ とすると間接効用関数が次のように求められる．

$$V(P_h, Y) = -e^{z\gamma} \frac{P_h^{1-\alpha}}{1+\alpha} + \frac{Y^{1-\delta}}{1-\delta} \tag{62}$$

（62）を Y について解くことで支出関数を求めることができる．

$$C^*(P_h, U_1) = \left[(1-\delta)\left(U_1 + e^{z\gamma} \frac{P_h^{1+\alpha}}{1+\alpha}\right) \right]^{\frac{1}{1-\delta}} \tag{63}$$

（63）を P_h について微分すると，Hicksian 需要関数を求めることができる．住宅サービス価格が P_h^0 から P_h^1 へと変動したときの住宅サービス量に割り当てがない場合の $E.V.$ は，(63) と (27) から次のようになる．

$$E.V. = C^*(P_h^0, U_1) - C^*(P_h^1, U_1)$$

$$= \left\{ (1-\delta) \left[\frac{e^{Z\lambda}}{1+\alpha} \left((P_h^0)^{1+\alpha} - (P_h^1)^{1+\alpha} \right) + Y_0^{1-\delta} \right] \right\}^{\frac{1}{1-\delta}} - Y_0$$

$$=\left\{\frac{(1-\delta)}{(1+\alpha)Y_0^{\delta}}\left[P_h^0\cdot h^*(P_h^0,\ Y_0)-P_h^1\cdot h^*(P_h^1,\ Y_0)\right]+Y_0^{1-\delta}\right\}^{\frac{1}{1-\delta}}-Y_0 \tag{64}$$

住宅サービス量に割当てがある場合，住宅サービス量 h^R に対応する影の価格 $\tilde{P}_h$ を Neary and Roberts (1980, pp. 27～31) に従って求める[23]．住宅サービス量を h^R に特定した場合の最適支出額を示す制約された支出関数 $\tilde{C}^*(\cdot)$ を想定する．これは，図 1 の I と J の間の点に示される補助によって効用水準が上昇する場合にのみ定義できるものであり，次の関係が成立する．

$$\frac{\partial\tilde{C}^*(\tilde{P}_h,\ U_1)}{\partial P_h}=h^{**}(\tilde{P}_h,\ U_1)=h^R \tag{65}$$

さらに，支出関数と制約された支出関数の間には次の関係が成立している．

$$C^*(P_h,\ U_1)=\tilde{C}^*(\tilde{P}_h,\ U_1)+(\tilde{P}_h-P_h^1)h^R \tag{66}$$

（65）（66）から $\tilde{P}_h$ が求められると，$E.V.$ は次式となる．

$$E.V.=\frac{(1-\delta)}{(1+\alpha)Y_0^{\delta}}\left\{\left[P_h^0\cdot h^*(P_h^0,\ Y_0)-\tilde{P}_h\cdot h^R\right]+Y_0^{1-\delta}\right\}^{\frac{1}{1-\delta}}-Y_0+(\tilde{P}_h-P_h^1)h^R \tag{67}$$

なお，線形の住宅需要関数，

$$h^*=\alpha P_h+\delta\gamma+\gamma Z \tag{68}$$

を用いても，同様の手法で $E.V.$ を推計することが可能である．住宅サービスに割り当てがない場合，$E.V.$ は次のようになる．

$$E.V.=C^*(P_h^0,\ U_1)-C^*(P_h^1,\ U_1)$$

$$=e^{\delta(P_h^0-P_h^1)}\left[Y_0+\frac{1}{\delta}\left(\gamma Z+\frac{\alpha}{\delta}+\alpha P_h^1\right)\right]-\frac{1}{\delta}\left(\gamma Z+\frac{\alpha}{\delta}+\alpha P_h^0\right)-Y_0$$

$$=\frac{1}{\delta}e^{\delta(P_h^0-P_h^1)}\left[h^*(P_h^0,\ Y_0)+\frac{\alpha}{\delta}\right]-\frac{1}{\delta}\left[h^*(P_h^1,\ Y_0)+\frac{\alpha}{\delta}\right] \tag{69}$$

いずれも α，γ，δ は（57）及び（68）式のパラメータとして推定できるため，(64)，(67) 及び（69）式に代入して $E.V.$ を求めることができる．従って，住宅需要の価格弾力性と所得弾力性には制約が課せられておらず，バイアスのない $E.V.$ の値が得られる．

求められた間接効用関数 $V(P_h,\ Y)$ については，a）すべての $P_h>0$，$Y>0$ について連続であること，b）P_h に関して非増加的であり，Y に関して非減少的であること，c）$(P_h,\ Y)$ に関して 0 次同時であること，d）P_h に関して準凸であること，の特性を満たしている必要性がある[24]．このうち a）と b）は明らかに満たされている．c）については，P_x がニューメレールとして用いられているので満たされている．d）については，(57) 式を用いた場合には可積分条件から次の条件が満たされていなければならない．

23　影の価格の推定法は，Schwab（1985, pp. 199～200）を参照した．なお，同論文では（65）で示した式から $\tilde{P}_h$ を求めるために収束計算を行っている．

24　Hausman (1981, p. 668), Varian (1984, pp. 121～122) 参照．

$$S_{hh}=\frac{\partial h^{**}(P_h,\ U_1)}{\partial P_h}=\frac{\partial h^{*}}{\partial P_h}+\frac{\partial h^{*}}{\partial h^{*}}\cdot h^{*}=h^{*}(\frac{\alpha}{P_h}+\frac{\delta h^{*}}{Y})\leq 0 \qquad (70)$$

間接効用関数が準凸（quasi-concave）であることは，無差別曲線の形状が凸である準凹の効用関数の存在を意味している．条件が満たされていない場合，推定された需要関数が，well-behaved な通常想定される効用関数から導かれたものではない可能性を示唆するものであり，需要関数の特定化が適切であるか否かを検証する必要に迫られる．

なお，Schwab（1985）は，Hausman（1981）の手法に従って米国の住宅補助政策の効率性を検証した．1979 年に Section 8 Subsidized Housing Program に基づき移動した世帯を対象とし，相対的非効率は log-lnear 需要関数を用いた場合 36%，線形需要関数を用いた場合 22% であることを示した．

Marshallian 需要関数から効用関数を導き出すことは，可積分条件が成立している場合でも困難な場合が多いことから，数値接近法で $E.V.$ と $C.V.$ の近似値を推計する手法が考案されるようになった[25]．その一つである Vartia（1983）の手法を住宅補助の効率性に適用する方法を考える．

Vartia（1983）の手法は，既知の価格経路と Marshallian 需要関数を用いて，ステップを踏みながら収束計算を順次行うものである．Varitia（1983）は，補償所得（compensated income）を推計するためのアルゴリズムを提示するとともに，価格経路の起点と終点を入れ替えることで等価所得（equivalent income）を推計できるとしている．

借家人は，第 1 財を住宅サービスとすると，価格：$P(=(P_1,\ldots..,P_n)$，財：$Q(=(Q_1,\ldots..Q_n)$，予算制約 $P\cdot Q\leq C$（C：支出）の下で効用 $U=U$（Q）を最大化する．その結果，Marshallian 需要システム $Q=h^{*}(P,\ C)(=h^{1*}(P,\ C),\ \ldots\ldots,\ h^{n*}(P,\ C))$ が求められる．可積分条件等が満たされていることは，Marshallian 需要システムと効用関数が対応していることが保証されていることを意味している．

価格は $P^0\rightarrow P^1$ に変動すると想定する．価格と支出の組合せ：$(P^0,\ C^0)$ に対応する需要を $Q^0=h^{*}(P^0,\ C^0)$ とする．Q あるいはそれと無差別な $\tilde{Q}$ を購入するのに必要な支出の最少額を示す支出関数を次のように定義する．

$$C(P,\ Q)=\min\{C\mid C=P\cdot\tilde{Q}\,\&\,U(\tilde{Q})=U(Q)\}=\min_{\tilde{Q}\sim Q}P\cdot\tilde{Q} \qquad (71)$$

ここで，P が与えられると $Q\sim\tilde{Q}\Leftrightarrow C(P,\ Q)=C(P,\ \tilde{Q})$ が成立する．

財の当初価格：$P^0=(P_1^0,\ \ldots\ldots,\ P_n^0)$，消費量：$Q^0=(Q_1^0,\ \ldots\ldots,\ Q_n^0)$ で，効用水準 U^0 が達成されているとすると，最適支出額は $C^0=C\,(P^0,\ U^0)$ である．住宅価格が住宅補助プログラムにより P_i^0 から P_i^1 へと変化することで，価格は $P^1=(P_1^1,\ P_2^0,\ \ldots\ldots,\ P_n^0)$ となり，住宅サービス量に割当てがない場合，消費量は $Q^1=(Q_1^1,\ \ldots\ldots,\ Q_n^1)$ となり，効用水準は U^1 へと変動する．

25　Irvine and Sims (1998, p. 314) 参照．

等価所得と Hicksian 需要関数は，価格 P^0 を所与として，次のように示すことができる．

$$\overline{C}^0=C(P^0,\ Q^1)=\min\{C\mid C=P^0\cdot Q\ \&\ U(Q)=U(Q^1)\}=\min_{Q\sim Q^1}P^0\cdot Q \tag{72}$$

$$\overline{Q}^0=h^{**}(P^0,\ Q^1)=h^*(P^0,\ C(P^0,\ Q^1)) \tag{73}$$

このとき，$E.V.$ は次式で示される．

$$E.V.=\overline{C}^0(P^0,\ U^1)-C(P^1,\ U^1) \tag{74}$$

補助変数として $t(0\leq t\leq 1)$ を想定する．$P(t)$ は $P^0=P(0)$ と $P^1=P(1)$ を結ぶ価格空間の微分可能な曲線であるとする．$C(t)$ は $C^0=C(0)$ と $C^1=C(1)$ を起終点とする支出展開である．想定できる効用関数が $U(Q)$ であるとするならば，対応する間接効用関数は $V(P,\ C)=U(h^*(P,\ C))$ である．$V(t)=V(P(t),\ C(t))$ を t で微分すると次式が得られる．

$$\frac{dV(t)}{dt}=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial V(P(t),\ C(t))}{\partial P_i(t)}\frac{dP_i(t)}{dt}+\frac{\partial V(P(t),\ C(t))}{\partial C(t)}\frac{dC(t)}{dt} \tag{75}$$

これは価格と支出を恣意的に変化させたときの任意の時点 t における効用の変化率を示している．λを効用最大化に際して用いるラグランジュ未定乗数とすると，ロイの恒等式から，

$$\frac{dV(P(t),\ C(t))}{dt}=\lambda\,(P(t),\ C(t))\left[\frac{dC(t)}{dt}-\sum_{i=1}^{n}h_i^*(P(t),\ C(t))\frac{dP_i(t)}{dt}\right] \tag{76}$$

が成立する．$\lambda>0$ なので，$h^*(P(t),\ C(t))$ が同一の無差別曲線上を動くための必要十分条件は，効用の変動がいずれの時点 t においても 0 であることから，基本方程式である

$$\frac{dC(t)}{dt}=\sum_{i=1}^{n}h_i^*(P(t),\ C(t))\ \frac{dP_i(t)}{dt} \tag{77}$$

が導かれる．$P(t)$ と $\dfrac{dP_i(t)}{dt}$ は既知の関数，$C(t)$ は求めるべき関数である．(77) を積分すると，

$$C(t)-C^1=\sum_{i=1}^{n}\ \int_1^t h_i^*(P(t),\ C(t))\ \frac{dP_i(t)}{dt}\,dt \tag{78}$$

となる．時間 t の変動に対応して，Hicksian 需要関数 $h^{**}=h^{**}(P(t),\ C(P(t),\ Q^1))$ は Q^1 で決定された無差別曲線上を移動するため，等価所得 $C(t)=C(P(t),\ Q^{①})$ は $C(1)=C^1=P^1Q^1=P^1\cdot h^*(P^1,\ C^1)$ を初期値とする (77) あるいは (78) の解である．但し，(77) は $C(t)$ についての第 1 次非線形微分方程式であり，陽表的に解を得ることは難しい．

Vartia (1983) の提示した最適支出額を求めるためのアルゴリズムに基づいて等価所得を推計する．$1=t_0>t_1>\cdots\cdots>t_N=0$ が成立するような $t_0,\ t_1,\ \ldots\ldots,\ t_N$ を選択することで，(78) 式から次式を導くことができる．

$$\overline{C}^0-C^1=\sum_{k=1}^{N}\Big[C\,(t_k)-C\,(t_{k-1})\Big]=\sum_{k=1}^{N}\Big[\sum_{i=1}^{n}\ \int_{t_k-1}^{t_k}h_i^*\,(P(t),\ C(t))dP_i(t)\Big] \tag{79}$$

但し，$\overline{C}^0=C(P^0,\ Q^1)$ は等価所得である．右辺の需要システムの積分を終点値 (end point Values) の平均で近似させることで $k=1,\ 2,\ \ldots\ldots\ N$ についての次式を得ることができる．

$$C(t_k)-C(t_{k-1})\approx\Sigma\frac{1}{2}\left[h_i^*(P(t_k),C(t_k))+h_i^*(P(t_{k-1}),C(t_{k-1}))\right](P_i(t_k)-P_i(t_{k-1})) \quad (80)$$

収束計算は P^1 から P^0 へと逐次，進めることになる．P^0 と P^1 を結ぶ線形価格曲線を $P(t)=P^1+t(P^0-P^1)$, $0\leq t\leq 1$ とし，所与の整数 N について $t_k=\frac{k}{N}$, $P_k=P(t_k)$ とおき，次式を満たすように，支出を近似する連続体 $C_1, ..., C_N$ を設定する．

$$C_k-C_{k-1}=\frac{1}{2}(Q_k+Q_{k-1})(P_k-Y_{k-1}) \quad (81)$$

但し，$Q_k=h^*(P_k, Y_k)$，$k=1, 2, ..., N$，初期値は（$P_1, Q_1, C_1)=(P^1, Q^1=h^*(P^1, C^1), C^1$）である．このとき C_k は次の反復計算から導かれる．

$$C_k^m=C_{k-1}+\frac{1}{2}(h^*(P_k, C_k^{(m-1)})+Q_{k-1})(P_k-P_{k-1}) \quad (82)$$

但し，$C_k^{(0)}=C_{k-1}$, $k\geq 1$ である．｜$C_k^{(m)}-C_k^{(m-1)}$｜が無視できる程，小さい場合には $C_k=C_k^{(m)}$, Q_k, $Q_k^{(m)}$ と設定して次の k に進む．N が増加するに従って C_N は求めるべき等価所得 C^0 に，Q_N は対応する Hicksian 需要量 $\overline{Q}^0$ に収束する．$E.V.$ は，収束値として求められた等価所得と観察された１期時点の支出額を $\overline{C}^0-C^1$ に代入して求めることができる．

住宅サービス量が $\overline{Q}_1^R$ に割当てられている場合，補助後の価格 P^1 に対応する消費量は $Q^R=(\overline{Q}_1^R, Q_2^1, ..., Q_n^1)$ となる．この消費量に対応する影の価格 $\tilde{P}=(\tilde{P}_1, P_2^0, ..., P_n^0)$ と支出 $C(\tilde{P}, U^1)$ を収束計算の初期値として用いる[27]．

Neary and Roberts (1980, pp. 27～31) の影の価格の定義から，割当てのある住宅サービス量は，Marshallian 需要関数を用いて次のように表せる．

$$\overline{Q}_1^R=h^*(\tilde{P}, C(\tilde{P}, U^1)) \quad (83)$$

補助された価格の下で，住宅サービスに割当てが存在する場合に効用水準 U^1 を達成するために必要な最少額は，住宅補助を受ける家計の所得 Y と一致する．(66) を適用することで次式が得られる．

$$C(\tilde{P}, U^1)=\tilde{C}^*(P^1, U^1)+(\tilde{P}-P^1)Q^R=Y+(\tilde{P}-P^1)Q^R \quad (84)$$

さらに，(83) (84) 式から次の関係が求められる．

$$\overline{Q}_1^R=h^*(\tilde{P}, Y+(\tilde{P}-P^1)Q^R) \quad (85)$$

(84) から $C(\tilde{P}, U^1)$，(85) から $\tilde{P}$ を求めることができる．$E.V.$ は，収束値として求めた最終的な支出額 $\overline{C}^0$ から Y を控除することで求めることができる．

26　この式は，包絡線定理により価格変動と数量の積が，効用水準を一定に保つために必要な所得の増分に等しいことを意味している（Hausman and Newey (1985, p. 1448)）．

27　影の価格と支出額の推計方法は，De Borger (1989, pp. 219～220) を参照した．

De Borger（1989）は Vartia（1983）の手法を適用してベルギーの住宅補助プログラムに関する相対的非効率を計測した．Liege の中心地での 1972 年の調査に基づいた結果は，log-linear 需要関数を用いた場合 41%，線形需要関数を用いた場合 26%となることを示している．

7　まとめ

住宅補助政策の効率性計測の問題は，Hicksian 需要関数を直接推定することができないこと，住宅サービスの異質性に起因する．効率性を計測するために，効用関数の特定に基づく手法から始まって，住宅サービスの異質性を導入する手法，観察された需要関数を用いる手法へと，より柔軟性が高くバイアスの少ない計測方法が開発されてきたことの意義は強調されてしかるべきである．一連の研究結果を見ると，よりバイアスの少ない洗練された手法を用いると，借家人の便益推計値が補助金額と比較して相対的に小さくなる傾向が見られる．

これらの手法は，理論的には相互に連関しているものである．従って，これら異なる推計手法を統合することで，さらに精緻な政策評価モデルを構築することが可能である．また，観察された需要関数のパラメータの値に制約がない場合でも，関数の形状には制約が残されているため，より柔軟性の高い関数推定手法へと移行する必要性がある．

本論で示してきた手法が開発されて以後，ノンパラメトリックな手法を用いて需要関数を推定する手法と Vartia（1983）の手法を結合することでバイアスの小さい推計値を求める Hausman and Newey（1995）等の新たな手法が提案されている．これらの政策評価への適用を検討する必要性がある．

住宅補助政策が project-based から tenant-based Assistance へと政策の軸足を移したことが政策の効率性にどのような影響を与えたかを検証する必要性は高い[28]．また，project-based Assistance についても事業主体が公共である場合と民間に事業を委託した場合の効率性の比較について実証する必要性がある．

本論では，借家人側の効率性について論じてきたところであるが，公営住宅には供給側の効率性も同様に求められる．これは住宅の建設費用に対する市場価値の比率を示すものである[29]．

補助政策の非効率性の数値は，政策の外部性の要求水準を示すものでもある．しかしながら，政策の外部性を計測する手法については依然として確立されていない．貧困対策が重視されるようになる現状において，外部性に関する理論的展開と実証分析がより重要となる．

28　Mayo（1999, P. 23）によれば，tenant-based Assistance は project-based Assistance よりも非効率性が緩和される結果となっている．

29　Mayo（1999, p. 23）によれば，米国の公営住宅建設における効率性は民間と比較して 2～4 割程度低いこと，tenant-based Assistance は project-based Assistance よりも効率性が高という結果となっている．

住宅補助の評価については，すでに米国では社会実験手法により，バウチャー支給が居住者の福利厚生水準に与える影響の検証が行われている[30]．このような接近法は，政策の外部性評価にもつながるため，重要性は極めて高い．

日本においては，借家人側，供給側いずれにおいても住宅補助政策の効率性に関する実証研究が不足していることは否めない．また，バウチャー制度等の導入議論が十分になされていないのが現状である．実証分析を重ねなければ，政策議論も成立し得ない．このような状況については，公営住宅入居に関するデータが十分に整備されていないこと，その重要性にも関わらず，精緻な制度設計の下での社会実験が実施されていないことも要因となっている．

日本では賃貸住宅が劣等財であるという指摘がなされていること，低所得層にとって住居費負担が重く所得効果が大きいと想定されることから，住宅補助の便益推計手法について理論的再検討が必要となる．

参考文献

浅見泰司（1994）「大都市における家賃補助政策の効果に関する研究」日本不動産学会誌，Vol. 9, No. 1, pp. 57-66

金本良嗣（1993）「住宅補助政策の経済学」都市住宅学，第 4 号，pp. 12-19

金本良嗣（1997）「住宅に対する補助制度」岩田規久男，八田達夫編著『住宅の経済学』所収，日本経済新聞社

倉橋透（1996）「所得再分配の観点からの住宅政策のあり方について」建設月報 10 月，pp. 38-39

中川雅之（2002）「社会実験と住宅補助政策の効果の検証」都市住宅学，No. 36, pp. 28-33

中村良平，森田学（2000）「公営住宅供給における便益と効率性の分析」日本不動産学会誌，第 14 巻，第 3 号，pp. 72-84

八田達夫（1996）「批判に耐えられる住宅補助政策はあるのか」建設月報 10 月，pp. 40-41

平山洋介（2009）『住宅政策のどこが問題か』光文社

森田学，中村良平（2004a）「公営住宅入居世帯の便益と消費選択の変化」季刊住宅土地経済，夏季号，pp. 26-34

森田学，中村良平（2004b）「公営住宅における居住者便益と消費の非効率性」日本経済研究，No. 50, pp. 19-37

Arron, H. and G. M. von Furstenburg (1971) "The Inefficiency of Transfers in Kind: the Case of Housing Assistance" Western Economic Journal Vol. 9 pp. 184-191

Clemmer, R. B. (1984) "Measuring Welfare Effects of In-Kind Transfers" Journal of Urban Economics Vol.15, pp. 46-65

Cowell, F. A. (1986) "Microeconomic Principle" Oxford University Press

De Borger, B. (1985) "Benefits and Consumption Effects of Public Housing Programs in Belgium: Some Aggregate Results" Urban Studies Vol. 22, pp. 409-419

De Borger, B. (1986) "Estimating the Benefits of Public-Housing Programs: A Characteristics Approach" Journal of Regional Science Vol. 26, pp. 761-773

De Borger, B. (1987) "Alternative Housing Concepts and Benefits of Public Housing Programs" Journal of Urban Economics Vol. 22 pp. 73-89

30 中川（2002, pp. 28～30）では，Experimental Housing Allowance Program 及び Moving to Opportunity Demonstration の概略が示されている．

De Borger, B. (1989) "Estimating the Welfare Implications of In-Kind Government Programs" Journal of Public Economics Vol. 38 pp. 215-226
de Leeuw (1971) "The Demand for Housing: A Review of Cross-Section Evidence" The Review of Economics and Statistics Vol. 53, pp. 1-10
DeSalvo, J. (1971) "A Methodology for Evaluating Housing Programs" Journal of Regional Science Vol. 11, No. 2, pp. 173-185
DeSalvo, J. (1975) "Benefits and Costs of New York City's Middle-Income Housing Program" Journal of Political Economy Vol. 83, No. 4, pp. 791-885
Friedman, L. S. (1984) "Microeconomic Policy Analysis" McGraw-Hill Gyonko, J. and P. Linneman (1990) "Measurement Problems in Quantifying the Distributional Effects of Subsidy Programs" Journal of Urban Economics Vol. 28, pp. 19-33
Hammond, C. H. (1987) "The Benefits of Subsidized Housing Programs-An Intertemporal Approach" Cambridge University Press
Hausman, J. A. (1981) "Exact Consumer's Surplus and Deadweight Loss" American Economic Review Vol. 71, No. 4, pp. 662-676
Hausman, J. A. and W. Newey (1995) "Nonparametric Estimation of Exact Consumer Surplus and Deadweight Loss" Econometrica,Vol. 63, No. 6, pp. 1445-1476
Hurwicz, L. and H. Uzawa (1971) "On the Integrability of Demand Functions" in *"Preferences, Utility, and Demand Theory"* edited by J. S. Chipman, L. Hurwicz, M. Richter and H. Sonnenschein, Harcourt Brace Jovanovich
Irvine, I. and W. A. Sims (1998) "Measuring Consumer Surplus with Unknown Hicksian Demand" American Economic Review Vol. 88, No. 1, pp. 314-322
Kong, C. M. (1977) "Efficiency of Housing Subsidy Program: Theoretical and Empirical Analysis" Ph. D. Dissertation, University of Wisconsin-Milwaukee
Lee, T. H. and C. M. Kong (1977) "Elasticity of Housing Demand" Southern Economic Journal Vol. 44 pp. 298-305
Lee, T. H. and C. M. Kong (1982) "On Measuring the Benefits of Government Transfers in Kind" in *"Issues in the modern Economics (Essays in Honor of Dr. Tai Wham Shin)"* Seoul, Bub Moon Sa
Mayo, S. K. (1981) "Theory and Estimation on the Economics of Housing Demand" Journal of Urban Economics Vol. 10, pp. 95-116
Mayo, S. K. (1986) "Sources of Inefficiency in Subsidized Housing programs: A Comparison of U.S. and German Experience" Journal of Urban Economics Vol. 20, pp. 229-249
Mayo, S. K. (1999) "Subsidies in Housing" Sustainable Development Department Technical Papers Series, Inter-American Development Bank
Moriizumi (1993) "Tenure Choice and the Demand for Rental Housing in Japan" The Economic Studies Quarterly Vol. 44, No. 1, pp. 29-40
Murray, M. (1975) "The Distribution of Tenant Benefits in Public Housing" Econometrica Vol. 43 pp. 771-778
Murray, M. (1978) "Hedonic Prices and Composite Commodities" Journal of Urban Economics Vol. 5, pp. 188-197
Murray, M. (1980) "Tenant Benefits in Alternative Federal Housing Programmes" Urban Studies Vol. 17 pp. 25-34
Muth, R. F. (1960) "The Demand for Non-Farm Housing" in *The Demand for Durable Goods* edited by A. C. Harberger Chicago, Chicago University Press
Neary, J. P. and K. W. S. Roberts (1980) "The Theory of Household Behavior under Rationing" European Economic Review Vol. 13 pp. 25-42
Olsen, E. O. (2000) "The Cost-Effectiveness of Alternative Methods of Delivering Housing Subsidies" Virginia Economics Online Papers No. 351 University of Virginia, Department of Economics
Olsen, E. O. (2001) "Housing Programs for Low-Income Households" NBER Working Paper No.8208

Olsen, E. O. and D. M. Barten (1983) "The Benefits and Costs of Public Housing in New York City" Journal of Public Economics Vol. 20 pp. 299-332

Quigley, J. M. (1982) "Nonlinear Budget Constraints and Consumer Demand: An Application to Public Programs for Residential Housing" Journal of Urban Economics Vol. 12. pp. 177-201

Reeder, W. J. (1985) "The Benefits and Costs of the Section 8 Existing Housing Program" Journal of Urban Economics Vol. 26. pp. 349-377

Rosen, H. (1985) "Housing Subsidies" in *"Handbook of Public Economics"* edited by A. J. Auerbach and M. Feldstein

Schwab, R. M. (1985) "The Benefits of In-Kind Government Programs" Journal of Public Economics Vol. 27 pp. 195-210

Slesnick, T. S. (1998) "Empirical Approaches to the Measurement of Welfare" Journal of Economic Literature, Vol. 36, pp. 2108-2165

Varian, H. R. (1984) "Microeconomic Analysis" second edition W. W. Norton,

Vartia, Y. O. (1983) "Efficient Methods of Measuring Welfare Change and Compensated Income in Terms of Ordinary Demand Functions" Econometrica Vol. 51 pp. 79-98

Willig, R. D. (1976) "Consumer's Surplus without Apology" American Economic Review Vol. 66, No. 4, pp. 582-597

Wong, Y. C. and P. W. Liu (1988) "The Distribution of Benefits among Public Housing Tenants in Hong Kong and Related Policy Issues" Journal of Urban Economics Vol. 23. pp. 1-20

Yamagami, T. (1988) "The Efficiency of Housing Subsidies" Master Paper, The University of Wisconsin-Milwaukee, December